1i　数　学

2月3日

（解答番号 $\boxed{1}$ ～ $\boxed{34}$）

選択肢の中から正しいものを１つ選びなさい。ただし，分数はすべて既約分数（それ以上約分できない分数）とし，根号を含む解答は根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

I （1）　$\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$ の整数部分を a，小数部分を b とするとき，$a^2+b^2=\boxed{1}-\boxed{2}\sqrt{\boxed{3}}$ である。

（2）　$a>0$ とする。２次関数 $y=ax^2-4ax+b$ $(-1\leqq x\leqq 3)$ の値域が $-11\leqq y\leqq 16$ であるとき，$a=\boxed{4}$，$b=\boxed{5}$ である。

（3）　△ABC において，∠A＝75°，BC＝４とする。△ABC の外接円の半径を R とすると，$R=\boxed{6}\left(\sqrt{\boxed{7}}-\sqrt{\boxed{8}}\right)$ である。

$\boxed{1}$ の選択肢

①　11　②　12　③　13　④　14　⑤　15

⑥　16　⑦　17　⑧　18　⑨　19　⑩　20

$\boxed{2}$ ～ $\boxed{8}$ の選択肢

①　1　②　2　③　3　④　4　⑤　5

⑥　6　⑦　7　⑧　8　⑨　9　⑩　10

Ⅱ　$f(x)=x^3-x^2-x+5$ とおく。座標平面において，関数 $y=f(x)$ のグラフを C とし，C 上の点 P（2，$f(2)$）における接線を ℓ とするとき，次の問いに答えなさい。

（1）　関数 $y=f(x)$ は $x=-\dfrac{\boxed{9}}{\boxed{10}}$ で極大値をとり，$x=\boxed{11}$ で極小値 $\boxed{12}$ をとる。

（2）　接線 ℓ を表す方程式は $y=\boxed{13}\,x-\boxed{14}$ である。また，C と ℓ の共有点のうち P 以外の点を Q とするとき，点 Q の x 座標は $-\boxed{15}$ である。

（3）　曲線 C，接線 ℓ，および y 軸によって囲まれる図形のうち，点 P を含む部分の面積を S，（2）で求めた点 Q を含む部分の面積を T とするとき，

$$S=\frac{\boxed{16}}{\boxed{17}},\qquad \boxed{18}<\frac{T}{S}<\boxed{18}+1$$

である。

$\boxed{9}$ 〜 $\boxed{15}$，$\boxed{17}$，$\boxed{18}$ の選択肢

①　1　②　2　③　3　④　4　⑤　5

⑥　6　⑦　7　⑧　8　⑨　9　⑩　10

$\boxed{16}$ の選択肢

①　21　②　22　③　23　④　24　⑤　25

⑥　26　⑦　27　⑧　28　⑨　29　⑩　30

（次の頁にも設問があります）

Ⅲ　漸化式

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n^3 \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

によって定められる数列 $\{a_n\}$ があり，その初項から第 n 項までの積 $a_1 a_2 a_3 \cdots a_n$ を P_n とするとき，次の問いに答えなさい。

（1）　$b_n = \log_2 a_n$ とおくと，$b_{n+1} = \boxed{19}\, b_n + \boxed{20}$ が成り立つ。よって，数列 $\{b_n\}$ の一般項は

$$b_n = \frac{\boxed{21}^{\boxed{22}} - 1}{\boxed{23}}$$ である。

（2）　$$\log_2 P_n = \frac{\boxed{24}^{\boxed{25}} - \boxed{26}\, n - 1}{\boxed{27}}$$ である。

（3）　$P_n > 2^{100}$ となる自然数 n の最小値は $\boxed{28}$ である。

$\boxed{19}$ ～ $\boxed{21}$，$\boxed{23}$，$\boxed{24}$，$\boxed{26}$ ～ $\boxed{28}$ の選択肢

①　1　②　2　③　3　④　4　⑤　5

⑥　6　⑦　7　⑧　8　⑨　9　⑩　10

$\boxed{22}$，$\boxed{25}$ の選択肢

①　$n-2$　②　$n-1$　③　n　④　$n+1$　⑤　$n+2$

⑥　$2n-1$　⑦　$2n$　⑧　$2n+1$　⑨　$3n-1$　⑩　$3n$

Ⅳ　2つのさいころ A，B を投げて出た目をそれぞれ x_1，y_1 とし，もう一度さいころ A，B を投げて出た目をそれぞれ x_2，y_2 とする。O を原点とする座標平面上に P(x_1，y_1)，Q(x_2，y_2)をとるとき，次の問いに答えなさい。

（1）　点 P，Q の座標の組は全部で $\boxed{29}$ 通りある。

（2）　点 P，Q がともに 直線 $y=x$ 上にあるような目の出方は $\boxed{30}$ 通りある。

（3）　点 P，Q がともに直線 $y=2x$ 上にあるような目の出方は $\boxed{31}$ 通りある。

（4）　点 P，Q がともに直線 $y=\dfrac{2}{3}x$ 上にあるような目の出方は $\boxed{32}$ 通りある。

（5）　点 O，P，Q を結んで三角形ができる確率は $\dfrac{\boxed{33}}{\boxed{34}}$ である。

$\boxed{29}$ ～ $\boxed{32}$ の選択肢

①　4　　②　6　　③　9　　④　12　　⑤　18

⑥　36　　⑦　72　　⑧　216　　⑨　648　　⑩　1296

$\boxed{33}$ の選択肢

①　5　　②　7　　③　19　　④　35　　⑤　43

⑥　67　　⑦　101　　⑧　305　　⑨　599　　⑩　605

$\boxed{34}$ の選択肢

①　72　　②　81　　③　108　　④　144　　⑤　192

⑥　216　　⑦　324　　⑧　432　　⑨　648　　⑩　1296

2i　数　学

2月4日

（解答番号 $\boxed{1}$ ～ $\boxed{34}$）

選択肢の中から正しいものを１つ選びなさい。ただし，分数はすべて既約分数（それ以上約分できない分数）とし，根号を含む解答は根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

I　(1)　a を定数とする。等式 $\int_a^x f(t)\,dt = -3x^2+2x+8$ が成り立つとき，

$f(x) = -\boxed{1}\,x + \boxed{2}$ である。また，$a = -\dfrac{\boxed{3}}{\boxed{4}}$，$\boxed{5}$ である。

(2)　数列 $\{a_n\}$ を条件 $a_1=\sqrt{2}$，$a_2=\sqrt{5}$，$a_{n+2}=a_{n+1}a_n$　$(n=1, 2, 3, \cdots)$ によって定めるとき，第７項を $a_7 = 2^p 5^q \sqrt{r}$ の形で表すと，$p=\boxed{6}$，$q=\boxed{7}$，$r=\boxed{8}$ である。

(3)　$0 \leqq x < 2\pi$ のとき，$\sin x + \sin 3x = 0$ の解は全部で $\boxed{9}$ 個ある。

選択肢

①　1	②　2	③　3	④　4	⑤　5
⑥　6	⑦　7	⑧　8	⑨　9	⑩　10

Ⅱ　座標平面において，$|x-1|+|2y-1| \leqq 5$ の表す領域を D とするとき，次の問いに答えなさい。

（1） 点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ が領域 D 内を動くとき，x のとり得る値の範囲は $-\boxed{10} \leqq x \leqq \boxed{11}$ である。
また，y のとり得る値の範囲は $-\boxed{12} \leqq y \leqq \boxed{13}$ である。

（2） 直線 $y=kx$ が領域 D の面積を二等分するとき，$k=\dfrac{\boxed{14}}{\boxed{15}}$ である。

（3） 領域 D 内で x 座標と y 座標がともに正の整数である点は，全部で $\boxed{16}$ 個ある。

選択肢

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5
⑥ 6　⑦ 7　⑧ 8　⑨ 9　⑩ 10

（次の頁にも設問があります）

Ⅲ　四面体 OABC において，OA ＝ OB ＝ OC ＝ 4，AB ＝ 3，BC ＝ 2，$\cos\angle ABC = \frac{1}{4}$ とする。
∠OABの二等分線と辺 OB の交点を P とし，P から △OAC に下ろした垂線を PQ とするとき，
次の問いに答えなさい。

（1）　$CA = \sqrt{\boxed{17}}$ である。

（2）　△ABC の外接円の半径は $\dfrac{\boxed{18}\sqrt{\boxed{19}}}{\boxed{20}}$ である。

（3）　四面体 OABC の体積は $\dfrac{\boxed{21}\sqrt{\boxed{22}}}{\boxed{23}}$ である。

（4）　$PQ = \dfrac{\boxed{24}\sqrt{\boxed{25}}}{\boxed{26}}$ である。

選択肢

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6
⑥ 7　⑦ 10　⑧ 11　⑨ 21　⑩ 30

Ⅳ　右の図のように，3 × 3 のマスに 1 から 9 までの数字が書かれている。また，袋の中に 1 から 9 までの数字が 1 つずつ書かれた 9 個の玉が入っている。

1	2	3
4	5	6
7	8	9

袋から取り出した玉に書かれた数字のマスを塗りつぶし，縦，横，または斜めに並ぶ 3 つのマスが塗りつぶされたとき景品をもらえる。このとき，次の問いに答えなさい。

（1）　袋から 3 個の玉を同時に取り出すとき，景品をもらえる確率は $\dfrac{\boxed{27}}{\boxed{28}}$ である。

（2）　袋から 4 個の玉を同時に取り出すとき，景品をもらえる確率は $\dfrac{\boxed{29}}{\boxed{30}}$ である。

（3）　袋から 5 個の玉を同時に取り出すとき，景品をもらえない確率は $\dfrac{\boxed{31}}{\boxed{32}}$ である。

（4）　袋から玉を 1 個ずつ 3 回続けて取り出す。ただし，取り出した玉はもとに戻さない。

1 回目に取り出した玉の数字が 5 であったとき，景品をもらえる確率は $\dfrac{\boxed{33}}{\boxed{34}}$ である。

$\boxed{27}$，$\boxed{29}$，$\boxed{31}$，$\boxed{33}$ の選択肢

①　1　②　2　③　3　④　4　⑤　6

⑥　7　⑦　8　⑧　11　⑨　13　⑩　19

$\boxed{28}$，$\boxed{30}$，$\boxed{32}$，$\boxed{34}$ の選択肢

①　6　②　7　③　8　④　9　⑤　14

⑥　21　⑦　42　⑧　63　⑨　84　⑩　126

3i　数　学

2月5日

（解答番号 $\boxed{1}$ ～ $\boxed{34}$）

選択肢の中から正しいものを1つ選びなさい。ただし，分数はすべて既約分数（それ以上約分できない分数）とし，根号を含む解答は根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

I　(1)　$x>0$，$y>0$，$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=3$ のとき，$x+y$ の最小値は $\dfrac{\boxed{1}}{\boxed{2}}$ である。

(2)　$\displaystyle\int_0^3 |x^2-2x|\,dx=\dfrac{\boxed{3}}{\boxed{4}}$

(3)　2^{30}，3^{20}，6^{15}，10^{10} の大小を不等号を用いて表すと，$\boxed{5}<\boxed{6}<\boxed{7}<\boxed{8}$ である。

$\boxed{1}$ ～ $\boxed{4}$ の選択肢

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

⑥ 6　⑦ 7　⑧ 8　⑨ 9　⑩ 10

$\boxed{5}$ ～ $\boxed{8}$ の選択肢

① 2^{30}　② 3^{20}　③ 6^{15}　④ 10^{10}

Ⅱ　aを実数とする。座標平面において，円 $x^2+y^2-8x-4y+15=0$ と直線 $y=ax-1$ が異なる2点A，Bで交わっている。このとき，次の問いに答えなさい。

（1）　a のとり得る値の範囲は $\dfrac{\boxed{9}}{\boxed{10}} < a < \boxed{11}$ である。

（2）　線分 AB の長さは，$a=\dfrac{\boxed{12}}{\boxed{13}}$ のとき最大値 $\boxed{14}\sqrt{\boxed{15}}$ をとる。

（3）　線分 AB の長さが2になるのは，$a=\dfrac{\boxed{16}\pm\sqrt{\boxed{17}}}{\boxed{18}}$ のときである。

選択肢

①　1　　②　2　　③　3　　④　4　　⑤　5

⑥　6　　⑦　7　　⑧　10　　⑨　11　　⑩　21

（次の頁にも設問があります）

Ⅲ　数列 $\{a_n\}$ が条件

$$a_1=\frac{1}{2},\ \ a_{n+1}-a_n=-2(n+1)a_{n+1}a_n \quad (n=1,2,3,\cdots)$$

によって定められるとき，次の問いに答えなさい。

（1）　数列 $\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$ の一般項を pn^2+qn+r の形で表すとき，$p=$ $\boxed{19}$，$q=$ $\boxed{20}$，$r=$ $\boxed{21}$ である。

（2）　数列 $\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$ の初項から第 n 項までの和を $\dfrac{n(n^2+sn+t)}{u}$ の形で表すとき，$s=$ $\boxed{22}$，$t=$ $\boxed{23}$，$u=$ $\boxed{24}$ である。

（3）　数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和は $\dfrac{\boxed{25}}{\boxed{26}}$ である。

$\boxed{19}$ ～ $\boxed{24}$ の選択肢

①　1　　②　2　　③　3　　④　4　　⑤　6

⑥　-1　　⑦　-2　　⑧　-3　　⑨　-4　　⑩　0

$\boxed{25}$，$\boxed{26}$ の選択肢

①　1　　②　n　　③　$n+1$　　④　$n+2$　　⑤　$2n-1$

⑥　$2n$　　⑦　$3n-2$　　⑧　$3n-1$　　⑨　n^2　　⑩　n^2+1

Ⅳ　A，Bの２人がさいころを１個ずつ同時に投げる試行を行い，出た目の数字の大きい方が数字の差だけ点数を得るゲームを行う。例えば，A，Bの出た目がそれぞれ５，２であった場合，Aは３点，Bは０点を得る。ただし，両者の出た目が同じ場合はどちらの得点も０点とする。

ゲームは両者０点から始まり，得点は試行のたびに加算されるものとして，次の問いに答えなさい。

（１）　１回目の試行で３点以上の差がつく確率は $\dfrac{\boxed{27}}{\boxed{28}}$ である。

（２）　１回目の試行でＢが１点以上を取り，その得点を２回目の試行でＡが上回る確率は $\dfrac{\boxed{29}}{\boxed{30}}$ である。

（３）　２回の試行の結果，ＡとＢが同点である確率は $\dfrac{\boxed{31}}{\boxed{32}}$ である。

（４）　２回の試行の結果，ＡがＢよりも高い得点である確率は $\dfrac{\boxed{33}}{\boxed{34}}$ である。

$\boxed{27}$，$\boxed{29}$，$\boxed{31}$，$\boxed{33}$ の選択肢

①　1　②　5　③　17　④　43　⑤　55

⑥　73　⑦　85　⑧　245　⑨　575　⑩　605

$\boxed{28}$，$\boxed{30}$，$\boxed{32}$，$\boxed{34}$ の選択肢

①　3　②　6　③　12　④　36　⑤　108

⑥　144　⑦　162　⑧　324　⑨　648　⑩　1296

4i　数　学

3月3日

（解答番号 $\boxed{1}$ ～ $\boxed{32}$）

選択肢の中から正しいものを1つ選びなさい。ただし，分数はすべて既約分数（それ以上約分できない分数）とし，根号を含む解答は根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

I　（1）　関数 $f(x) = x^3 - x^2 + 1$ について，x の値が -1 から 3 まで変わるときの平均変化率と $x = a$ における微分係数が等しいとき，定数 a の最大値は $\dfrac{\boxed{1}}{\boxed{2}}$ である。

（2）　k は定数とする。放物線 $y = x^2 - 3kx + 2k - 1$ は k の値に関係なく定点Pを通る。

その点Pの座標は $\left(\dfrac{\boxed{3}}{\boxed{4}},\ -\dfrac{\boxed{5}}{\boxed{6}}\right)$ である。

（3）　30個の値からなるデータがあり，そのうちの20個の値の平均値は3，分散は7，残りの10個の値の平均値は9，分散は16である。このデータの平均値は $\boxed{7}$，分散は $\boxed{8}$ である。

$\boxed{1}$ ～ $\boxed{6}$ の選択肢

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

⑥ 6　⑦ 7　⑧ 8　⑨ 9　⑩ 10

$\boxed{7}$，$\boxed{8}$ の選択肢

① 4　② 5　③ 6　④ 10　⑤ 12

⑥ 18　⑦ 23　⑧ 33　⑨ 43　⑩ 44

Ⅱ kを実数の定数とする。4次方程式

$$3x^4-5x^2+k=0 \qquad \cdots\cdots（ア）$$

が異なる4つの実数解をもち，それらが等差数列になるようなkの値を求めよう。

（1） $x^2=t$とおくと，（ア）はtの2次方程式

$$3t^2-5t+k=0 \qquad \cdots\cdots（イ）$$

に変形することができる。方程式（イ）が異なる2つ正の実数解をもつkの値の範囲は

$$\boxed{9}<k<\frac{\boxed{10}}{\boxed{11}}$$

である。

（2） kが（1）の条件を満たすとき，（イ）の解をt_1，t_2（$0<t_1<t_2$）で表すと，解と係数の関係より

$$t_1+t_2=\frac{\boxed{12}}{\boxed{13}}, \qquad t_1t_2=\frac{\boxed{14}}{\boxed{15}}k$$

である。このとき（ア）の4つ解は$\pm\sqrt{t_1}$，$\pm\sqrt{t_2}$であるから，これらが等差数列をなすならば，その公差をdとすると

$$\sqrt{t_1}=\frac{\boxed{16}}{\boxed{17}}d, \qquad \sqrt{t_2}=\frac{\boxed{18}}{\boxed{19}}d$$

が成り立つ。ただし，$d>0$とする。

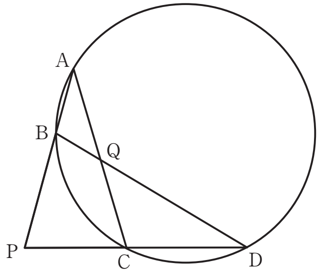
（3） （1），（2）より，求めるkの値は$k=\dfrac{\boxed{20}}{\boxed{21}}$である。

選択肢

①	1	②	2	③	3	④	4	⑤	5
⑥	9	⑦	12	⑧	16	⑨	25	⑩	0

（次の頁にも設問があります）

Ⅲ　図のように，円周上に点 A，B，C，D があり，直線 AB と直線 CD の交点を P，線分 AC と線分 BD の交点を Q とする。AB＝3，AC＝8，CD＝6，CP＝4 のとき，次の問いに答えなさい。



（1） BP＝ $\boxed{22}$ である。

（2） $\cos\angle APC = \dfrac{\boxed{23}}{\boxed{24}}$ である。

（3） BQ＝ $\boxed{25}$ である。

（4） 線分 BP の中点を M とし，線分 CQ と線分 DM の交点を R とする。

このとき，三角形 CDR の面積は $\dfrac{\boxed{26}\sqrt{\boxed{27}}}{\boxed{28}}$ である。

選択肢

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

⑥ 6　⑦ 7　⑧ 9　⑨ 10　⑩ 15

Ⅳ　$x,\ y,\ z$ を整数とする。次の問いに答えなさい。

（1）　$x+y+z=10,\ x>0,\ y>0,\ z>0$ を満たす整数の組 (x, y, z) は全部で $\boxed{29}$ 個ある。

（2）　$x+y+z=10,\ x\geqq 0,\ y\geqq 0,\ z\geqq 0$ を満たす整数の組 (x, y, z) は全部で $\boxed{30}$ 個ある。

（3）　$x+y+z=10,\ 0\leqq x\leqq y\leqq z$ を満たす整数の組 (x, y, z) は全部で $\boxed{31}$ 個ある。

（4）　$x+y+z=10,\ x\geqq 0,\ y\geqq 0,\ z\geqq 0$ を満たす整数の組 (x, y, z) のうち，$x\leqq y$ または $y\leqq z$ であるものは全部で $\boxed{32}$ 個ある。

選択肢

① 8　② 12　③ 14　④ 29　⑤ 36

⑥ 48　⑦ 58　⑧ 64　⑨ 66　⑩ 84